この文書をよく読んで正しくご使用ください。

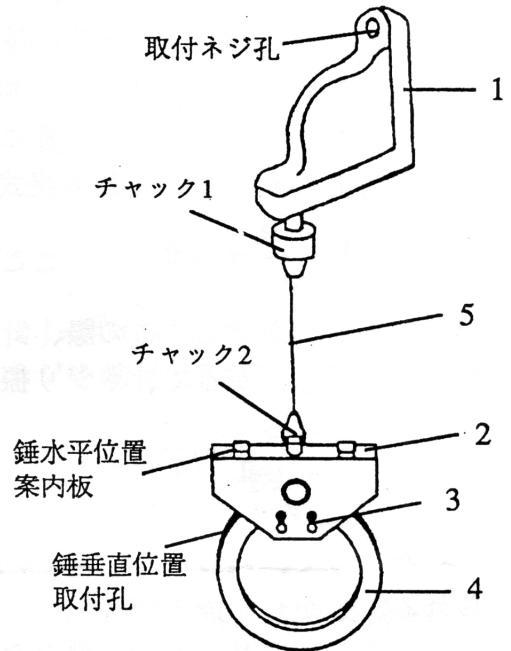
いつでも使用できるように大切に保管してください。

ネジリ振子により針金の剛性率を測定する装置で、錘の慣性能率に針金止めや錘固定金具の影響を消去できるように錘の位置を変えて2回周期を測定できるようにしたものです。

図１．装置の内容

装置の内容

1. ブラッケト	柱取付形
	試料取付チャック付き
2. フレーム	試料取付チャック
	錘位置（垂直、水平）
3. ピン	2本、錘垂直位置吊り用
4. 錘	径 約190mm　約3.8kg
5. 試料	黄銅線、鋼線
	長さ 約2m　太さ 0.1mm

ブラケット取付用木ネジ　3本付き

原理

直六面体の上下両端面に図2のように平行な相等しい力Pを加えるとき、六面体は体積を変えずに形のみのひずみを受ける。これをズリという。この場合上下両端面の面積をS、その間隔を ℓ、その相対変位を $\Delta\ell$ とすれば、ズリ応力は $\rho = P/S$ で表され、ズリの大きさはズリの角 ψ、すなわち $\Delta\ell/\ell$ で表される。

フックの法則によれば、ズリがあまり大きくない場合　ψ は ρ に比例する。この　比例定数をその物質の剛性率という。すなわち、

図２．ズリ

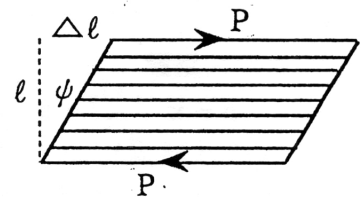
$$\text{剛性率}\qquad n = \frac{\rho}{\varphi} = \rho \Big/ \left(\frac{\Delta\ell}{\ell}\right) \qquad \cdots\cdots\cdots (1)$$

この式にしたがってnを求めることは困難である。しかし、つぎの方法によれば便利に測られる。

図3のように均質等方な長さ ℓ、半径 r の針金または円柱状の棒の上端を固定し、下端に中心軸の周りに偶力 N を加え、角 θ だけねじる場合、棒を多くの薄い円板の集まりからなると考えれば、各円板面は　それぞれ棒の固定端からの距離に比例する角だけ回転し、各円板の上下端面は相対的な回転のため少しずつズレて結局ねじ

りのひずみはズリからなることがわかる。そして、この際のねじりの角θは、外部から加えられた偶力、すなわち　ねじり 能率Nに比例し、その比例定数Cはつぎのように表わされる。

図 3.原理図

ねじり能率　$N = C\theta$、ここに　$C = \pi n r^4 / 2\ell$　……… (2)

ただし、nは針金または棒の剛性率をCはそのねじり係数を示す。試料が円い棒のときは直接(2)式を利用してnを測定することもできるが、針金のときはネジリ振子を用いる。

針金の上端を固定し、下端に錘を吊し、これをねじって回転振動させる針金のねじり係数を $C = \pi n r^4 / 2\ell$ とするとき、錘が釣り合わせの位置から角θ回転した位置においては、針金のねじり能率は、$C\theta$ に等しいから錘の運動方程式として

$$I = \frac{d^2\theta}{dt^2} = -C\theta \qquad \text{ここに} \quad C = \pi n r^4 / 2\ell \qquad \cdots\cdots\cdots (3)$$

が得られる。ただし、この際、針金の質量を無視し、Iは回転軸の周りの錘の慣性能率とする。したがって、ネジリ振子の錘の運動は角単振動となり、その周期Tは次の式で示される

$$T = 2\pi\sqrt{I/C} \qquad \therefore \quad n = \frac{8\pi\ell}{r^4}\frac{I}{T^2} \qquad \cdots\cdots\cdots (4)$$

したがって、錘の慣性能率Iが既知ならば、周期Tを測って針金の剛性率nが求められる。しかし、錘の慣性能率を計算することのできる形状を与えることは、針金の止め金具固定具などが必要なため困難である。それで、これを避けるため、針金に慣性能率I_0の懸垂金具（フレーム）で、慣性能率Iの物体を吊したとすると

$$n = \kappa(I + I_0) / T^2 \qquad \text{ここに} \quad \kappa = 8\pi\ell / r^4$$

いまI_0を消去するため、慣性能率の計算しやすい物体（鉄輪で内径$2R_1$、外径$2R_2$、高さH、質量M）を懸垂金具にそれぞれ垂直および水平に支持したときの慣性能率をI_1、I_2とし、これに対する振子の周期をT_1、T_2とすると

$$n = \kappa\frac{I_1 + I_0}{T_1^2} = \kappa\frac{I_2 + I_0}{T_2^2} = \kappa\frac{I_2 - I_1}{T_2^2 - T_1^2} \qquad \cdots\cdots (5)$$

ところが、$I_1 = M\dfrac{R_1^2 + R_2^2}{4} + \dfrac{M}{12}H^2$,　$I_2 = M\dfrac{R_1^2 + R_2^2}{2}$　…… (6)

$$\therefore \quad n = \frac{8\pi\ell}{r^4}\frac{\frac{M}{4}\left(R_1^2 + R_2^2 - \frac{1}{3}H^2\right)}{T_2^2 - T_1^2} = \frac{2\pi\ell M}{r^4}\frac{\left(R_1^2 + R_2^2 - \frac{1}{3}H^2\right)}{T_2^2 - T_1^2} \qquad \cdots\cdots (7)$$

H
2R2
2R1

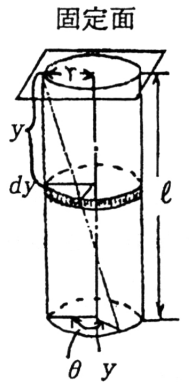
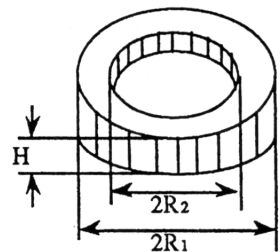



図 4.錘の形状

この式によれば不規則な形（慣性能率の計算困難な形）の懸垂金具（フレーム）の慣性能率に関係なくnが求められる。

関連機器

針金の剛性率を測定するためには、ネジリ剛性試験器（ネジリ振子） NP-190形の他に次の器具が必要です。

1. 読取り（実験室用）望遠鏡 C形（Cat.No.115-870）　　周期測定
2. ノギス（Cat.No.101-060）　　鏡測定
3. ネジマイクロメーター（Cat.No.101-100）　試料（針金）測定
4. 巻き尺　　（Cat.No.101-010）および物指し（30cm）
5. ストップウォッチ（Cat.No.105-010～040）または、電子式ストップウォッチ（Cat.No.105-050～075）　周期測定
6. 自動上ざらはかり　5kg　錘測定

使用方法

1) ブラケットを柱または壁に取り付ける。
2) 長さ約1mの試料の一端を ブラケットのチャック1に取付け、他端をフレームのチャック2に取付ける（試料の取付けは充分にネジを締付け確実に取付けるよう注意をする。）
3) 錘の質量 Mを自動上ざらはかりで測る。また、その半径 R_1、R_2は、物指しで、互いに直角な方向に2～3組ずつ測り、高さHはノギスで数箇所測定して、それぞれの平均値を求める。
4) フレームに固く試料が取りついていることを確認して錘を図5のように吊す。
チャック1、2 間の針金の長さを巻き尺で測りこれをℓ_1とし、また試料の半径 r をネジマイクロメータで測る。半径 r の測定は、特に精密を要する。
5) 読取り望遠鏡を振子の前方1～2mの位置にすえてこれを調節し、その焦点をフレームのピンまたは適当に記した標線に合わせる。
6) 振子に回転振動を与える。横振れがあれば針金を指先で軽く持って除く。このときの周期 T_1を測る。それには読取り望遠鏡をのぞき、視野内で 5) で調節したピンの像が十字線の交点を同一方向に10 回通過するごとに合図する。この場合観測者は小声 に振動回数を順次数えて9 回目に達したときに用意と唱えて記録者の注意を喚起し、10 回目に小刀のような金属片を木台に軽く打ち付けて鋭い短い音を立て、これを合図する。他方記録者は、あらかじめ動かしてあるストップウォッチの動きを注意しながら秒時音に合わせて 0.1： 0.2： 0.3：……と調子をとり、合図のたびごとにその時刻を記録する。それで表1のように記録して周期を求める。

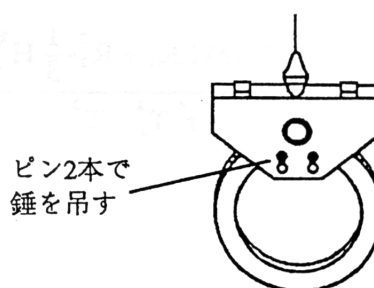



図 5.錘垂直位置

振動回数	合図の時期（分,秒）	振動回数	合図の時期（分,秒）	50回の振動時間（分,秒）
0	0′ 42.2	50	5′ 30.7	4′ 48.5
10	1′ 39.3	60	6′ 28.3	4′ 49.0
20	2′ 36.5	70	7′ 26.0	4′ 49.5
30	3′ 35.0	80	8′ 24.1	4′ 49.1
40	4′ 33.0	90	9′ 21.7	4′ 48.7
			平均	4′ 48.95

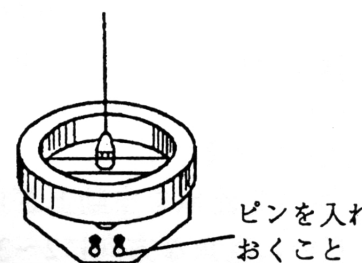
T ＝ 288.96/50 ＝ 5.779 秒

表 1.周期の測定例

7) 同様にしてフレーム上の水平位案内板に錘の内径をはめるようにして水平に錘を支持する（図6）このときの周期 T_2 を T_1 と同様に測定する。この場合ピンは元のフレームに入れておくこと。

図 6.錘水平位置

8) 最後に再び試料の長さ、ℓ_2 を測定し4) で求めた ℓ_1 との平均値を ℓ とする。

9) 以上測定したM(g)、ℓ、r、R_1、R_2、H（単位cm）および T_1、T_2（秒）から次式によって針金の剛性率を求める。

$$n = \frac{2\pi \ell M(R_1^2 + R_2^2 - \frac{1}{3}H^2)}{r^4 T_2^2 - T_1^2} \quad 10^{-5} N/cm^3$$

参考文献

物理学実験　　吉川泰三、田原秀一、丹羽進、三谷健次　共著　学研図書出版社

物理実験法　　関根幸四郎　著　　　　　　　　　　　　　コロナ社